

Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria

Plan de Estudios 2018

Programa del curso

Pensamiento estocástico

Tercer semestre

SEP

SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA



Primera edición: 2019

Esta edición estuvo a cargo de la Dirección General
de Educación Superior para Profesionales de la Educación
Av. Universidad 1200. Quinto piso, Col. Xoco,
C.P. 03330, Ciudad de México

D.R. Secretaría de Educación Pública, 2019
Argentina 28, Col. Centro, C. P. 06020, Ciudad de México

Trayecto formativo: **Formación para la enseñanza y el aprendizaje**

Carácter del curso: **Obligatorio** Horas: **4** Créditos: **4.5**

Índice

Propósito y descripción general del curso.....	5
Propósito general	5
Antecedentes.....	5
Descripción.....	7
Sugerencias.....	9
Cursos con los que se relaciona.....	10
Competencias del perfil de egreso a las que contribuye el curso	12
Estructura del curso.....	14
Orientaciones para el aprendizaje y enseñanza.....	16
Sugerencias de evaluación.....	18
Unidad de aprendizaje I. Fundamentos de la probabilidad	21
Unidad de aprendizaje II. Teoría de la probabilidad	29
Unidad de aprendizaje III. Introducción a los procesos estocásticos de variable aleatoria continua y discreta.	37
Perfil docente sugerido.....	45
Referencias bibliográficas del curso	46

Propósito y descripción general del curso

Propósito general

Que el estudiantado contextualice y fundamente su práctica profesional, a partir de comprender los principios de los estocásticos, como variables aleatorias discretas y continuas, estadísticos, para resolver distintos problemas y crear ambientes sobre la enseñanza y aprendizaje del *Pensamiento estocástico*, así como para resolver distintos problemas relacionados y crear ambientes sobre la enseñanza y aprendizaje de la teoría de la aritmética.

Antecedentes

El mundo actual plantea de manera cotidiana a niños y a adultos situaciones que involucran alguna componente de incertidumbre: juegos de azar, eventos meteorológicos, pronósticos de salud, eventos deportivos, entre otros. Para comprender, analizar y procesar información, esas situaciones demandan de los sujetos competencias matemáticas asociadas al desarrollo de un pensamiento estocástico.

El pensamiento estocástico involucra diversos componentes: un razonamiento probabilístico que permita discriminar fenómenos aleatorios de fenómenos deterministas y argumentar en torno a ello; saberes y procedimientos para la lectura y el tratamiento de la información, asociados en el ámbito escolar frecuentemente a la obtención de estadísticos (promedios, porcentajes, entre otros); identificación de regularidades y tendencias a partir de referentes informativos complejos; conocimientos y algoritmos para “contar” elementos o fenómenos que forman parte de un todo (población, universo) también conocido como razonamiento combinatorio, pues involucra estructuras multiplicativas, y no las estructuras aditivas del conteo. El pensamiento estocástico no es un punto de llegada en la escolaridad. Es un proceso que inicia desde una edad temprana, cuando los niños reflexionan sobre qué tan seguro es que la noche preceda al día, o sobre qué tan probable es que llueva o no.

La medición de la probabilidad de un evento aleatorio es una actividad matemática con un cierto grado de dificultad. Piaget e Inhelder (1951) afirmaban que los niños acceden a la probabilidad hasta el periodo de las operaciones formales (11-15 años), en el que logran desarrollar un pensamiento lógico deductivo, diferenciar la inteligencia práctica de la especulativa y elaborar razonamientos combinatorios. Años más tarde, Heitele (1975), discutirá esa postura, mediante la idea de que es posible tener ideas matemáticas “fundamentales”, que es posible enseñar desde muy tempranas edades, que se

van complejizando en un currículo en espiral. Las ideas fundamentales para el tema de probabilidad son: medida de probabilidad, espacio muestra, combinación de probabilidades mediante la regla de la adición y la regla del producto e independencia, equidistribución y simetría, combinatoria, modelo de urna y simulación, variable estocástica, ley de los grandes números y muestra

Desde la didáctica de las matemáticas, se han desarrollado tres propuestas que han impactado los currículos mexicanos: el enfoque subjetivista, el clásico y el frecuencial. La probabilidad subjetiva de un evento, es una cantidad entre 0 y 1 que representa el grado de creencia de una persona sobre la ocurrencia del evento. Hawkins y Kapadia (1984) consideran que los métodos subjetivos es una manera en que los niños pueden acceder a las primeras ideas de probabilidad. El enfoque clásico consiste en encontrar el cociente de la cardinalidad del evento entre la cardinalidad del espacio muestral, bajo el supuesto de que los resultados del experimento aleatorio son equiprobables (Sánchez, 2009). Un problema es que, para encontrar el espacio muestral, se requiere de elementos de combinatoria, que es una herramienta matemática de difícil comprensión si no se da en contextos significativos para los alumnos, y si no tienen el dominio de las estructuras multiplicativas. En el enfoque frecuencial, la probabilidad de un evento puede obtenerse experimentalmente: si se repite muchas veces un experimento aleatorio, es posible identificar la tendencia de la frecuencia de algunos de los eventos. Ojeda (2007) presenta como una dificultad en la estimación de la probabilidad la igualdad de la frecuencia relativa con la medida de la probabilidad. Shaughnessy (1983, en Sánchez, 2009, p. 42) "...propuso que la introducción de la probabilidad debería estar basada en actividades y experimentos, primero prediciendo resultados y confrontando las predicciones con los resultados de simulaciones y experimentaciones, y sólo después pasar a su estudio formal". La anticipación y estimación de los resultados es un elemento importante para el desarrollo del pensamiento matemático en general, pues es el antecedente para la elaboración de conjeturas.

En relación a la formación inicial de docentes, Elizarrarás (2014) realiza una investigación sobre la comprensión de ideas de estocásticos, cuyos resultados muestran la necesidad de fortalecer la formación inicial sobre estocásticos de futuros profesores de matemáticas para la educación secundaria, mediante los tres puntos de vista: el clásico, el frecuencial y el subjetivo, así como la reflexión epistemológica sobre la naturaleza del conocimiento estocástico, su desarrollo y evolución; el análisis del currículo, de las situaciones didácticas, y de la metodología de enseñanza y recursos didácticos para temas específicos.

Descripción

Este curso está ubicado en el tercer lugar del tercer semestre del Plan de Estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, para trabajarse cuatro horas a la semana con 4.5 créditos, teniendo en la mira la formación de docentes de Matemáticas de educación obligatoria; pertenece al trayecto formativo Formación para la enseñanza y el aprendizaje, al igual que los cursos *Teoría de la aritmética* y *Didáctica de las matemáticas en la educación básica*, con quienes guarda estrecha relación. Asimismo, se cursa de manera simultánea con las asignaturas: Inglés. *Intercambio de información e ideas*; *Planeación y evaluación*, del Trayecto formativo Bases Teórico- Metodológicas para la Enseñanza, y *Práctica docente en el aula*, del Trayecto formativo Práctica profesional, con el que también se relaciona.

Para algunos futuros docentes, se trata de la primera aproximación al estudio de los estocásticos. Por tal motivo, el docente titular del curso debe propiciar que el estudiantado logre la separación de aquellos argumentos que son probabilísticos y los que no lo son, una argumentación que permita validar proposiciones y resultados en términos aleatorios; además, habrá de favorecer el uso del razonamiento combinatorio.

Ahora bien, un proceso estocástico tiene que ver con el estudio de una variable aleatoria (discreta o continua) observando cómo se comporta a través del tiempo, que es considerado una variable determinista, que se puede medir en forma discreta (entera) o continua (real). Así, un estudio estocástico puede ser de:

	<i>Tiempo medido en forma discreta.</i>	<i>Tiempo medido en forma continua.</i>
Variable Discreta	Proceso de estado discreto y tiempo discreto. (Por ejemplo: Unidades producidas mensualmente de un producto)	Proceso de estado discreto y tiempo continuo. (Por ejemplo: Unidades producidas hasta el instante t)
Variable Continua	Proceso de estado continuo y tiempo discreto. (Por ejemplo: Toneladas de producción diaria de un producto)	Proceso de estado continuo y tiempo continuo. (Por ejemplo: Velocidad de un vehículo en el instante t)

Este programa tiene como propósito que el estudiantado aborde procesos aleatorios con ambos tipos de variable, mediante un acercamiento inicial de tipo intuitivo, mediante un acercamiento subjetivo, aun cuando el nivel de desarrollo de sus competencias sea alto. Esto le permitirá reflexionar sobre los procesos que siguen los estudiantes de educación obligatoria en la construcción del pensamiento estocástico.

Otra propuesta de este programa, es que el estudiante recupere las experiencias de los cursos *Tratamiento de la información*, y *Teoría de la aritmética*, donde se profundiza el estudio de la combinatoria, en situaciones holistas. La tendencia en el currículo de la educación básica, media superior y superior en México en los últimos 40 años ha sido separar el estudio de la probabilidad de la estadística, de tal suerte que es difícil identificar la construcción de un pensamiento estocástico holístico. Esto ha cambiado en virtud de la investigación sobre el aprendizaje de la probabilidad de corte psicológico, y de la investigación en Didáctica de las matemáticas.

También se aborda la problemática didáctica desde la reflexión sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad que tienen lugar en las aulas de la educación básica y de la formación inicial. Los experimentos aleatorios, los juegos y el trabajo con simuladores, brindarán componentes de innovación a la enseñanza. Estos aspectos abonarán al desarrollo de competencias profesionales.

Sugerencias

Para el desarrollo de las actividades de este curso, se sugiere al menos tres reuniones del colectivo docente, para planear y monitorear las acciones del semestre, e incluso acordar evidencia de aprendizaje comunes.

Se recomienda incluir a la práctica docente el uso de las tecnologías y el trabajo colaborativo, en tanto que permiten desarrollar de manera transversal las competencias genéricas.

Se sugiere que los docentes alienten la consulta y estudio en textos en inglés. Este programa recomendará algunas fuentes de consulta en ese idioma.

Para lograr el desarrollo de competencias profesionales se requiere una constante reflexión explícita al final de las secuencias sobre los procesos de enseñanza del formador: qué tipo de actividad diseña y cómo la diseña; cómo organiza al grupo y cómo da la consigna; cómo recupera las producciones y ayuda a su socialización; y finalmente cómo evalúa los resultados.

Es importante que el estudiante también diseñe actividades con ayuda del profesorado para hacer propuestas al grupo. Esto le permitirá identificar las dificultades asociadas con el diseño, particularmente como antecedente de la planificación didáctica para dar cuenta de la necesidad de búsquedas bibliográficas y en la red, y la toma de conciencia de acceder constantemente a las innovaciones en la enseñanza de las matemáticas.

Cursos con los que se relaciona

El enfoque holista propuesto para esta licenciatura favorece una vinculación entre los contenidos del curso *Pensamiento estocástico* con otros cursos. A continuación, se muestran los cursos con los que vincula, haciendo énfasis en lo que aporta y le aportan.

Sentido numérico. El curso pensamiento estocástico toma elementos del curso *Sentido numérico*, pues brinda contextos cotidianos y contextos matemáticos que requieren sistematizar matemáticamente información y experiencias con el fin de medir la incertidumbre.

Pensamiento algebraico. La generalización de algunas relaciones matemáticas con el fin de anticipar posibles resultados, forma parte del desarrollo del pensamiento estocástico, según algunas corrientes de la Didáctica de las matemáticas.

Álgebra y funciones. Las generalizaciones de algunas relaciones asociadas a la probabilidad pueden ser expresadas como funciones, aspecto que será antecedente a este curso.

Magnitudes y medidas. Una de las conclusiones este curso es que algunos conjuntos numéricos se originan a partir de la medición. En el caso de los estocásticos, la medición en los fenómenos aleatorios se expresa mediante un conjunto acotado de números reales positivos.

Tratamiento de la información. El curso pensamiento estocástico recupera algunos contextos del tratamiento de la información, particularmente aquellos problemas de variable discreta.

Teoría de la aritmética. Para iniciar a los estudiantes en el proceso de la medición de la probabilidad de la ocurrencia de un evento, es necesario saber el tamaño del universo y de la población a la que se refiere el contexto de un problema. Por eso en ocasiones es necesario recurrir a estrategias de conteo, aspecto que es abordado en ese curso.

Didáctica de las matemáticas en la educación básica. El pensamiento estocástico es de los objetos emergentes que estudia la didáctica de las matemáticas.

Modelación. Las situaciones que serán abordadas en este *Pensamiento estocástico*, pueden ser retomadas posteriormente en el marco de la modelación.

Práctica docente en el aula. Algunos contenidos abordados en este *Pensamiento estocástico* también pertenecen a contenidos de la educación

obligatoria, aunque con distinto grado de dificultad; se espera que el futuro docente los reconozca en el análisis curricular, y los retome en la planeación didáctica y la práctica docente, en el espacio curricular de práctica profesional.

Este curso fue elaborado por docentes normalistas, personas especialistas en la materia y en el diseño curricular provenientes de las siguientes instituciones: Carlos Bosch Giral del Instituto Tecnológico Autónomo de México e integrante de la Academia Mexicana de la Ciencia, Alejandra Avalos Rogel de la Escuela Normal Superior de México; Mario Alberto Quiñonez Ayala de la Escuela Normal Superior de Hermosillo; Fernando Grimaldo Carreón Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de San Luis Potosí; Thalía Elizabeth Venegas Gil Escuela Normal Superior Oficial de Guanajuato; Enrique Salazar Peña de la Escuela Normal Superior de México.

Especialistas en diseño curricular: Julio César Leyva Ruiz, Gladys Añorve Añorve, Sandra Elizabeth Jaime Martínez, María del Pilar González Islas, y Especialistas técnico-curriculares Refugio Armando Salgado Morales, y Jessica Gorety Ortiz García de la Dirección General de Educación Superior para Profesionales de la Educación.

Competencias del perfil de egreso a las que contribuye el curso

Competencias genéricas

- Soluciona problemas y toma decisiones utilizando su pensamiento crítico y creativo.
- Aprende de manera autónoma y muestra iniciativa para autorregularse y fortalecer su desarrollo personal.
- Colabora con diversos actores para generar proyectos innovadores de impacto social y educativo.
- Utiliza las tecnologías de la información y la comunicación de manera crítica.
- Aplica sus habilidades lingüísticas y comunicativas en diversos contextos.

Competencias profesionales

Utiliza conocimientos de las Matemáticas y su didáctica para hacer transposiciones de acuerdo a las características y contextos de los estudiantes a fin de abordar los contenidos curriculares de los planes y programas de estudio vigentes.

- Identifica marcos teóricos y epistemológicos de las matemáticas, sus avances y enfoques didácticos para la enseñanza y el aprendizaje.
- Articula el conocimiento de las matemáticas y su didáctica para conformar marcos explicativos y de intervención eficaces.
- Utiliza los elementos teórico-metodológicos de la investigación como parte de su formación permanente en las matemáticas.

Evalúa los procesos de enseñanza y aprendizaje desde un enfoque formativo para analizar su práctica profesional.

- Reflexiona sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, y los resultados de la evaluación, para hacer propuestas que mejoren su propia práctica.

Utiliza la innovación como parte de su práctica docente para el desarrollo de competencias de los estudiantes.

- Utiliza las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC), y Tecnologías del Empoderamiento y la Participación (TEP) como herramientas de construcción para favorecer la significatividad de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Competencias disciplinares

Construye argumentos para diseñar y validar conjeturas en todas las áreas de las matemáticas en diferentes situaciones.

- Analiza distintas situaciones que lleven a diseñar una conjetura.
- Diseña estrategias para validar conjeturas a partir del análisis de información cuantitativa y cualitativa.
- Argumenta de forma coherente y clara si las conjeturas son verdaderas o falsas.

Articula las distintas ramas de las matemáticas incorporando otras disciplinas, para facilitar el análisis de una situación modelada.

- Construye relaciones entre la geometría y el álgebra, el álgebra y la estadística, la aritmética y la probabilidad, entre otras.
- Utiliza herramientas tecnológicas para analizar y modelar situaciones.

Resuelve problemas a partir del análisis de la información cuantitativa y cualitativa derivado del pensamiento matemático.

- Organiza la información cuantitativa y cualitativa.
- Construye tablas y gráficas a partir de la información obtenida.
- Analiza los datos organizados para resolver problemas.
- Diseña estrategias para validar conjeturas a partir del análisis de información cuantitativa y cualitativa.
- Analiza los problemas matemáticos que dieron origen a la probabilidad.

Estructura del curso

1. Fundamentos de la probabilidad

- Los juegos de azar.
- Fenómenos aleatorios y deterministas.
- Escala de probabilidad cuantitativa y cualitativa.
- Probabilidad frecuencial.
- Ley de los grandes números (EMAT, Rojano, simuladores).

2. Teoría de la probabilidad

- Probabilidad clásica.
- Eventos mutuamente excluyentes y regla de la suma.
- Teorema de Bayes, cálculo de la probabilidad condicional.
- Axiomas de la Teoría de la Probabilidad y Teoremas básicos.

3. Introducción a los procesos estocásticos de variable aleatoria continua y discreta.

- Eventos independientes.
- Regla del producto.
- Valor esperado y varianza de distribuciones de probabilidad discretas.
- Valor esperado y varianza de Funciones de densidad de probabilidad que modelan situaciones problema de variable aleatoria continua.
- Reflexión sobre la enseñanza y el aprendizaje del pensamiento estocástico.

Fundamentos de
la probabilidad

Teoría de la
probabilidad

Tratamiento de la información
Didáctica de la probabilidad

Introducción a los procesos estocásticos de
variable aleatoria continua y discreta.

Orientaciones para el aprendizaje y enseñanza

Como se señaló en el apartado Orientaciones metodológicas del Plan de Estudios, el enfoque metodológico de los procesos de enseñanza de las matemáticas es la construcción de ambientes de aprendizaje, cuyo núcleo es el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). En este programa se sugiere a los formadores proponer como problemas juegos de azar que son situaciones de la realidad que permiten tener eventos equiprobables. Además, este tipo de actividades favorecen la vinculación con otros contenidos abordados en este plan de estudios y su reorganización para dar solución a los problemas y justificar la validez de los procedimientos, de las relaciones y los resultados. Finalmente, además del componente lúdico, permiten la reflexión en términos de los procesos de aprendizaje, y un contraste con los autores de la didáctica de la probabilidad en relación a los procesos de enseñanza.

En este curso se presentan algunas sugerencias que tiene relación directa con los criterios de evaluación, los productos, las evidencias de aprendizaje y los contenidos disciplinares, así como con el logro del propósito y las competencias, ello a fin de que al diseñar alguna alternativa se cuiden los elementos de congruencia curricular. Esperamos que los docentes diseñen actividades prácticas, interesantes y educativas para favorecer el desarrollo intelectual y la formación del juicio y del raciocinio en los estudiantes. Pero poco a poco, las mismas situaciones didácticas deberán llevar a la necesidad de una validación matemática más amplia y menos local.

La actitud del profesor será la de coordinador, orientador y director de investigaciones y experiencias que permitan a los alumnos aceptar y construir los nuevos conceptos, con una visión más amplia y un juicio crítico adecuado. Para el desarrollo de las actividades de este curso, se sugiere al menos tres reuniones del colectivo docente, para planear y monitorear las acciones del semestre, e incluso acordar evidencia de aprendizaje comunes.

Se recomienda incluir a la práctica docente el uso de las tecnologías y el trabajo colaborativo, en tanto que permiten desarrollar de manera transversal las competencias genéricas. En particular, el uso de simuladores en Excel (Ver proyecto EMAT) y Geogebra permiten ahorrar tiempo en la repetición de los experimentos aleatorios, e identificar las tendencias de las frecuencias para obtener la probabilidad de un evento. Se sugiere combinar juegos en soporte analógico, por ejemplo, ruletas o urnas de Bernoulli y en soporte tecnológico, como ruletas virtuales.

El grado de especialización de esta asignatura requiere de bibliografía en inglés, y dado que los estudiantes ya tienen un año de estudios con el idioma, se sugiere que los docentes alienten la práctica de acercarse a textos en ese idioma.

Sugerencias de evaluación

Se sugiere que la evaluación sea un proceso permanente que permita valorar gradualmente la manera en que cada estudiante moviliza sus conocimientos, pone en juego sus destrezas y desarrolla nuevas actitudes utilizando los contenidos conceptuales y experimentales que el curso propone.

La evaluación sugiere considerar los aprendizajes a lograr y a demostrar en cada una de las unidades del curso, así como su integración final. De este modo se propicia la elaboración de evidencias parciales para las unidades de aprendizaje y una evidencia final para la evaluación del curso.

Con relación a la acreditación de este curso, se retoman las Normas de Control Escolar aprobadas para los planes 2018, que en su punto 5.3, inciso (e) menciona “La acreditación de cada unidad de aprendizaje será condición para que el estudiante tenga derecho a la evaluación global” y en su inciso (f); se especifica que “la evaluación global del curso ponderará las calificaciones de las unidades de aprendizaje que lo conforman, y su valoración no podrá ser mayor del 50%. La evidencia final tendrá asignado el 50% restante a fin de completar el 100%.” (SEP, 2019, pág. 16).

Las sugerencias de evaluación, como se sugiere en el plan de estudios, consisten en un proceso de recolección de evidencias sobre un desempeño competente del estudiante con la intención de construir y emitir juicios de valor a partir de su comparación con un marco de referencia constituido por las competencias, sus unidades o elementos y los criterios de evaluación; al igual que en la identificación de aquellas áreas que requieren ser fortalecidas para alcanzar el nivel de desarrollo esperado en cada uno de los cursos del Plan de Estudios y en consecuencia en el perfil de egreso.

De ahí que las evidencias de aprendizaje se constituyan no sólo en el producto tangible del trabajo que se realiza, sino particularmente en el logro de una competencia que articula sus tres esferas: conocimientos, destrezas y actitudes.

A continuación, se presentan algunas sugerencias de evidencias para evaluar los aprendizajes de este curso.

Modalidad de evaluación: Coevolución y autoevaluación

Evidencias	Naturaleza y componentes de la evidencia	Criterios de desempeño
Portafolio	<p>Conjunto de productos de las actividades desarrolladas en la clase y en las actividades extraclase: organizadores gráficos, impresión de pantallas de Geogebra y Excel, narrativas de las experiencias con experimentos aleatorios, resolución de ejercicios.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Manejo correcto de conceptos y procedimientos en experimentos aleatorios y problemas de cálculo u obtención de la probabilidad de un evento. • Da cuenta de la reflexión autónoma de su propio aprendizaje y muestra el camino recorrido de ese proceso. • Muestra evidencia de la utilización de las tecnologías de la información y la comunicación en la resolución de los problemas. • Aplica sus habilidades comunicativas en la organización de la información.
E-Portafolio	<p>Digitalización del portafolio acompañado de una reflexión sobre los procesos de enseñanza del formador y los procesos de aprendizaje a partir de las evidencias y apoyados en el marco teórico estudiado.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Da cuenta de la articulación del conocimiento de las matemáticas y su didáctica para conformar marcos explicativos de su propio aprendizaje, del de sus compañeros, y de los procesos de enseñanza del formador. • Evalúa sus producciones y las producciones de sus compañeros. • Recurre a la tecnología como parte de su práctica innovadora.

Modalidad de evaluación: Heteroevaluación

Evidencias	Naturaleza y componentes de la evidencia	Criterios de desempeño
Ensayo	El ensayo será un documento escrito donde recupere el análisis y reflexión sobre su aprendizaje, del análisis de los portafolios de sus compañeros y de los procesos que logre identificar en la enseñanza del formador.	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica información confiable y la organiza jerárquica, clara, concisamente. • Incluye todos los elementos de un ensayo. • Explica considerando al menos un autor.
Recopilación de juegos y experimentos aleatorios analógicos y tecnológicos	Instrumento que ofrecerá problemas diversos en los que el alumno recupera los conocimientos construidos en el curso y los aplica de manera creativa.	<ul style="list-style-type: none"> • Da cuenta de la articulación de distintas ramas de las matemáticas en la solución creativa de problemas, mediante diversos procedimientos.

Unidad de aprendizaje I. Fundamentos de la probabilidad

Competencias a las que contribuye la unidad de aprendizaje

Competencias genéricas

- Soluciona problemas y toma decisiones utilizando su pensamiento crítico y creativo.
- Aprende de manera autónoma y muestra iniciativa para autorregularse y fortalecer su desarrollo personal.
- Colabora con diversos actores para generar proyectos innovadores de impacto social y educativo.
- Utiliza las tecnologías de la información y la comunicación de manera crítica.
- Aplica sus habilidades lingüísticas y comunicativas en diversos contextos.

Competencias profesionales

Utiliza conocimientos de las matemáticas y su didáctica para hacer transposiciones de acuerdo a las características y contextos de los estudiantes a fin de abordar los contenidos curriculares de los planes y programas de estudio vigentes.

- Identifica marcos teóricos y epistemológicos de las matemáticas, sus avances y enfoques didácticos para la enseñanza y el aprendizaje.
- Articula el conocimiento de las matemáticas y su didáctica para conformar marcos explicativos y de intervención eficaces.
- Utiliza los elementos teórico-metodológicos de la investigación como parte de su formación permanente en las matemáticas.

Evalúa los procesos de enseñanza y aprendizaje desde un enfoque formativo para analizar su práctica profesional.

- Reflexiona sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, y los resultados de la evaluación, para hacer propuestas que mejoren su propia práctica.

Utiliza la innovación como parte de su práctica docente para el desarrollo de competencias de los estudiantes.

- Utiliza las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC), y Tecnologías del

Empoderamiento y la Participación (TEP) como herramientas de construcción para favorecer la significatividad de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Competencias disciplinares

Construye argumentos para diseñar y validar conjeturas en todas las áreas de las matemáticas en diferentes situaciones.

- Analiza distintas situaciones que lleven a diseñar una conjetura.
- Diseña estrategias para validar conjeturas a partir del análisis de información cuantitativa y cualitativa.
- Argumenta de forma coherente y clara si las conjeturas son verdaderas o falsas.

Articula las distintas ramas de las matemáticas incorporando otras disciplinas, para facilitar el análisis de una situación modelada.

- Construye relaciones entre la geometría y el álgebra, el álgebra y la estadística, la aritmética y la probabilidad, entre otras.
- Utiliza herramientas tecnológicas para analizar y modelar situaciones.

Resuelve problemas a partir del análisis de la información cuantitativa y cualitativa derivado del pensamiento matemático.

- Organiza la información cuantitativa y cualitativa.
- Construye tablas y gráficas a partir de la información obtenida.
- Analiza los datos organizados para resolver problemas.
- Diseña estrategias para validar conjeturas a partir del análisis de información cuantitativa y cualitativa.
- Analiza los problemas matemáticos que dieron origen a la probabilidad.

Propósito de la unidad de aprendizaje

Que el estudiantado diseñe estrategias para validar conjeturas sobre fenómenos aleatorios a partir del análisis de información cuantitativa y cualitativa de juegos de azar y situaciones no deterministas, con el fin de identificar marcos teóricos y epistemológicos de las matemáticas, como el caso

del enfoque frecuencial de la probabilidad, sus avances y enfoques didácticos para la enseñanza y el aprendizaje.

Contenidos

1. Fundamentos de la probabilidad

- Los juegos de azar
- Fenómenos aleatorios y deterministas
- Escala de probabilidad cuantitativa y cualitativa
- Probabilidad frecuencial
- Ley de los grandes números (EMAT, Rojano, simuladores)

Actividades de aprendizaje

A continuación, se presentan algunas sugerencias de actividades para desarrollar las competencias, no obstante, cada docente está en la libertad de modificar, sustituir o adaptarlas al contexto y necesidades de su grupo.

Generales:

- El personal docente recupera los saberes previos del tema.
- Los estudiantes elaboran lista de sitios web de información confiable, bajo la dirección del personal docente.
- El profesorado organiza, junto con el estudiantado, la información de las fuentes necesarias para el aprendizaje de conceptos y procedimientos, para facilitar su consulta.
- Hacen lecturas de textos en inglés sobre el tema.
- El alumnado analiza las estrategias didácticas del formador y las estrategias de solución personales y de los compañeros a partir de referentes conceptuales de la didáctica.

Específicas:

A partir de situaciones problemáticas planteadas, el alumno participa en diversos juegos de manera colaborativa con sus compañeros. Por ejemplo: “En un juego se lanzan 10 veces dos monedas simultáneamente, uno de los jugadores debe apostar a que sale águila-águila, y el otro a que salen resultados distintos (águila-sol o sol-águila) ¿el juego es justo?” y se hacen actividades como las siguientes:

- Predicción de hechos y sucesos en situaciones sencillas en las que no interviene el azar.
- Identificación y realización de juegos en los que interviene o no el azar.
- Uso de las expresiones más probable y menos probable en la predicción de resultados.
- Resolución de problemas que impliquen arreglos o permutaciones de dos o tres objetos para obtener la lista de resultados posibles en un experimento.
- Análisis de experimentos aleatorios y sus posibles resultados, identificando los casos favorables.
- Identificación de la mayor o menor probabilidad de eventos.
- Comparación de dos eventos a partir del número de casos favorables sin cuantificar su probabilidad.
- Análisis e interpretación de gráficas para hacer predicciones.
- Numeración de los posibles resultados de una experiencia aleatoria.
- Uso de la escala de la probabilidad entre 0 y 1, y vincular diferentes formas de expresarla.
- Establecer cuál de dos o más eventos, en una experiencia aleatoria, tiene mayor probabilidad de ocurrir.
- Comparar la probabilidad de ocurrencia de dos o más eventos aleatorios.
- Explicar las razones por las cuales dos situaciones de azar son equiprobables o no equiprobables.

Se sugiere resolver y analizar las actividades de probabilidad del libro Matemáticas con la Hoja electrónica de cálculo del proyecto EMAT (Ursini, Rojano y Monchón, 2000).

Evidencias

Primer avance del e-Portafolio, el cual incluye la digitalización de las actividades desarrolladas, acompañado de una reflexión.

- Recopilación de juegos

Criterios de desempeño

Para esta unidad se proponen dos criterios de evaluación de competencias, y más abajo los indicadores de cada uno de los aspectos que las conforman.

- que involucren situaciones equiprobables y no equiprobables
 - Examen
- Resuelve problemas a partir del análisis de la información cuantitativa y cualitativa derivado del pensamiento estocástico. Utiliza la perspectiva frecuencial para obtener la probabilidad de un evento.

Conocimientos

- Reconoce las características de situaciones aleatorias y deterministas.
- Conoce la escala para medir la probabilidad.
- Argumenta la perspectiva frecuencial de la probabilidad mediante la ley de los grandes números.
- Reflexiona sobre el desarrollo del pensamiento estocástico.
- Reflexiona sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad para definir estrategias innovadoras que favorezcan a su propio ritmo de aprendizaje.

Habilidades

- Analiza información cuantitativa para tomar decisiones.
- Plantea y resuelve problemas que requieren la probabilidad de un evento.
- Diseña estrategias para validar conjeturas sobre fenómenos aleatorios.
- Emplea los marcos teóricos y epistemológicos de las matemáticas para favorecer los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Expresa claramente sus ideas y argumentos de forma oral y escrita en distintos contextos.

- Utiliza las TIC, TAC y TEP en su proceso de aprendizaje.

Actitudes

- Muestra autonomía en su proceso de aprendizaje.
- Escucha las conjeturas y argumentos de compañeros determinar la aleatoriedad de un evento.
- Muestra disposición a la autorregulación de su propio aprendizaje.
- Muestra perseverancia para concluir con las tareas y actividades matemáticas.
- Tiene disposición a la economía en los procedimientos matemáticos.
- Colabora con distintos actores para desarrollar las actividades y para generar propuestas innovadoras.

Valores

- Respeta y escucha las opiniones y razonamientos de maestros y compañeros.
- Reconoce el orden y la economía como valores en el trabajo matemático.
- Muestra honestidad al citar las ideas y trabajos de compañeros, maestros y autores.
- Soluciona problemas utilizando su pensamiento crítico.

Ponderación sugerida

- Se sugiere que la evidencia de esta unidad equivalga al 15% de la calificación total.

Bibliografía básica

A continuación, se presenta un conjunto de textos de los cuales el profesorado podrá elegir aquellos que sean de mayor utilidad, o bien, a los cuales tenga acceso, pudiendo sustituirlos por textos más actuales.

Bannet, J. et al. (2011). Razonamiento Estadístico. México: Pearson.

Garza, B. (2014). Probabilidad y estadística. México: Pearson.

Johnson, R. (2008). Estadística Elemental: Lo Esencial. México: Cengage.

Salazar, E. (2010). *La predicción y el azar*. México: ENSM.

Sánchez, E., Inzunza, S., y Avila, R. (2015). *Probabilidad y estadística*. México: Grupo Editorial Patria.

Ursini, S., Rojano, T. y Monchón, S. (2000). *Matemáticas con la Hoja electrónica de cálculo*. Proyecto EMAT. México: CINVESTAV – SEP.

Bibliografía complementaria

Nieves, A. y Domínguez, F. (2010). *Probabilidad y Estadística para Ingeniería, un enfoque moderno*. Editorial Mc Graw Hill. México

Rivera, M. (2014). Probabilidad y Estadística. México: GAFRA Editores.

Sánchez, E. (2013). Elementos de Estadística y su Didáctica a Nivel bachillerato. México: SEP.

Sánchez, Octavio. (2003). Probabilidad y Estadística. México: McGraw-Hill.

Recursos de apoyo

Hojas electrónicas que acompañan el material: Ursini, S., Rojano, T. y Monchón, S. (2000). Matemáticas con la Hoja electrónica de cálculo. Proyecto EMAT. México: CINVESTAV – SEP.

Calculadoras graficadoras.

Materiales analógicos para juegos de azar (dados, ruleta, urnas con bolas de colores, baraja inglesa)

Juegos de azar virtuales (ruletas, caminos, entre otros)

Sitios web

<http://galileo2.com.mx>

<http://arquimedes.mate.unam.mx>

App

Khan Academy

Videos

Canales de Youtube:

- math2me
- Profesor10demates

Unidad de aprendizaje II. Teoría de la probabilidad

Competencias a las que contribuye la unidad de aprendizaje

Competencias genéricas

- Soluciona problemas y toma decisiones utilizando su pensamiento crítico y creativo.
- Aprende de manera autónoma y muestra iniciativa para autorregularse y fortalecer su desarrollo personal.
- Colabora con diversos actores para generar proyectos innovadores de impacto social y educativo.
- Utiliza las tecnologías de la información y la comunicación de manera crítica.
- Aplica sus habilidades lingüísticas y comunicativas en diversos contextos.

Competencias profesionales

Utiliza conocimientos de las matemáticas y su didáctica para hacer transposiciones de acuerdo a las características y contextos de los estudiantes a fin de abordar los contenidos curriculares de los planes y programas de estudio vigentes.

- Identifica marcos teóricos y epistemológicos de las matemáticas, sus avances y enfoques didácticos para la enseñanza y el aprendizaje.
- Articula el conocimiento de las matemáticas y su didáctica para conformar marcos explicativos y de intervención eficaces.
- Utiliza los elementos teórico-metodológicos de la investigación como parte de su formación permanente en las matemáticas.

Utiliza la innovación como parte de su práctica docente para el desarrollo de competencias de los estudiantes.

- Utiliza las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC), y Tecnologías del Empoderamiento y la Participación (TEP) como herramientas de construcción para favorecer la significatividad de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Competencias disciplinares

Construye argumentos para diseñar y validar conjeturas en todas las áreas de las matemáticas en diferentes situaciones.

- Analiza distintas situaciones que lleven a diseñar una conjetura.
- Diseña estrategias para validar conjeturas a partir del análisis de información cuantitativa y cualitativa.
- Argumenta de forma coherente y clara si las conjeturas son verdaderas o falsas.

Articula las distintas ramas de las matemáticas incorporando otras disciplinas, para facilitar el análisis de una situación modelada.

- Construye relaciones entre la geometría y el álgebra, el álgebra y la estadística, la aritmética y la probabilidad, entre otras.
- Utiliza herramientas tecnológicas para analizar y modelar situaciones.

Resuelve problemas a partir del análisis de la información cuantitativa y cualitativa derivado del pensamiento matemático.

- Organiza la información cuantitativa y cualitativa.
- Construye tablas y gráficas a partir de la información obtenida.
- Analiza los datos organizados para resolver problemas.
- Diseña estrategias para validar conjeturas a partir del análisis de información cuantitativa y cualitativa.
- Analiza los problemas matemáticos que dieron origen a la probabilidad.

Propósito de la unidad de aprendizaje

Articula las distintas ramas de las matemáticas la combinatoria, la estadística y la probabilidad, para facilitar el análisis de una situación modelada, mediante el análisis de los problemas que dieron origen a la probabilidad y problemas de probabilidad condicional.

Contenidos

2. Teoría de la probabilidad

- Probabilidad clásica.
- Eventos mutuamente excluyentes y regla de la suma.

- Teorema de Bayes, cálculo de la probabilidad condicional.
- Axiomas de la Teoría de la Probabilidad y Teoremas básicos.

Actividades de aprendizaje

A continuación, se presentan algunas sugerencias de actividades para desarrollar las competencias, no obstante, cada docente está en la libertad de modificar, sustituir o adaptarlas al contexto y necesidades de su grupo.

Generales:

- El personal docente recupera los saberes previos del tema.
- Los estudiantes elaboran lista de sitios web de información confiable, bajo la dirección del personal docente.
- El profesorado organiza, junto con el estudiantado, la información de las fuentes necesarias para el aprendizaje de conceptos y procedimientos, para facilitar su consulta.
- Hacen lecturas de textos en inglés sobre el tema.
- El alumnado analiza las estrategias didácticas del formador y las estrategias de solución personales y de los compañeros a partir de referentes conceptuales de la didáctica.

Específicas:

- A partir de situaciones problemáticas planteadas, el alumno participa en diversos juegos de azar de manera colaborativa con sus compañeros.
- Resuelve problemas que involucren probabilidad condicional. Por ejemplo: De un grupo de 23 estudiantes, se elige a uno al azar. Si el estudiante esperaba sacar más de 3. ¿Cuál es la probabilidad de que lo haya logrado? En un grupo estudiantado de probabilidad, se escoge una calificación al azar, de los resultados obtenidos en el examen. Si la suma de la calificación esperada y obtenida es 4, ¿cuál es la probabilidad de que la calificación esperada y la calificación obtenida sean iguales? Dado que la calificación esperada es < 5 , ¿cuál es la probabilidad que la calificación real sea igual a la esperada? Del mismo grupo de 23 estudiantes, se eligen 3 al azar, si uno de ellos sacó 3, ¿cuál es la probabilidad de que los otros dos hayan obtenido calificación 4 cada uno?
- Distinguir en diversas situaciones de azar eventos que son independientes.

- Determinar la forma de calcular la probabilidad de dos o más eventos independientes.
- Distinguir en diversas situaciones de azar eventos que son mutuamente excluyentes.
- Determinar la forma de calcular la probabilidad de ocurrencia de eventos mutuamente excluyentes.
- Utilizar la simulación para resolver situaciones probabilísticas.

Evidencias

Criterios de desempeño

Segundo avance del e-Portafolio, el cual incluye la digitalización de las actividades desarrolladas, acompañado de una reflexión.

- Recopilación de juegos que involucren el cálculo de la probabilidad clásica y probabilidad condicional
- Examen

Para esta unidad se proponen dos criterios de evaluación de competencias, y más abajo los indicadores de cada uno de los aspectos que las conforman.

Resuelve con pertinencia problemas de estocásticos mediante la herramienta matemática, y expresa matemáticamente la generalización de los algoritmos para obtener las fórmulas correspondientes.

Reflexiona sobre situaciones de aprendizaje y enseñanza de contenidos de probabilidad.

Conocimientos

- Define y establece principios de la probabilidad clásica.
- Reconoce el Teorema de Bayes, como estrategia para el cálculo de la probabilidad condicional.
- Reconoce Axiomas de la Teoría de la Probabilidad y demuestra teoremas básicos de la probabilidad.

Habilidades

- Plantea y resuelve problemas que involucran probabilidad clásica, la regla de la suma y el Teorema de

Bayes.

- Diseña estrategias para validar conjeturas sobre fenómenos aleatorios.
- Emplea los marcos teóricos y epistemológicos de las matemáticas para favorecer los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Expresa claramente sus ideas y argumentos de forma oral y escrita en distintos contextos.
- Utiliza las TIC, TAC y TEP en su proceso de aprendizaje.

Actitudes

- Muestra autonomía en su proceso de aprendizaje.
- Escucha las conjeturas y argumentos de compañeros para demostrar teoremas.
- Muestra disposición a la autorregulación de su propio aprendizaje.
- Muestra perseverancia para concluir con las tareas y actividades matemáticas.
- Tiene disposición a la economía en los procedimientos matemáticos.
- Colabora con distintos actores para desarrollar las actividades y para generar propuestas innovadoras.

Valores

- Respeta y escucha las opiniones y razonamientos de maestros y compañeros.
- Reconoce el orden y la economía

como valores en el trabajo matemático.

- Muestra honestidad al citar las ideas y trabajos de compañeros, maestros y autores.
- Soluciona problemas utilizando su pensamiento crítico.

Ponderación sugerida

- Se sugiere que la evidencia de esta unidad equivalga al 15% de la calificación total.

Bibliografía básica

A continuación, se presenta un conjunto de textos de los cuales el profesorado podrá elegir aquellos que sean de mayor utilidad, o bien, a los cuales tenga acceso, pudiendo sustituirlos por textos más actuales.

Bannet, J. et al. (2011). Razonamiento Estadístico. México: Pearson.

Garza, B. (2014). Probabilidad y estadística. México: Pearson.

Johnson, R. (2008). Estadística Elemental: Lo Esencial. México: Cengage.

Ojeda, A. (2007). Azar y grandes números en didáctica de la probabilidad. En *Probabilidades y Estadística en Matemática Educativa*. Seminario de Investigación. México. CINVESTAV, IPN.

Salazar, E. (2010). *La predicción y el azar*. México: ENSM.

Sánchez, E., Inzunza, S., y Avila, R. (2015). *Probabilidad y estadística*. México: Grupo Editorial Patria.

Ursini, S., Rojano, T. y Monchón, S. (2000). *Matemáticas con la Hoja electrónica de cálculo*. Proyecto EMAT. México: CINVESTAV – SEP.

Bibliografía complementaria

Nieves, A. y Domínguez, F. (2010). *Probabilidad y Estadística para Ingeniería, un enfoque moderno*. Editorial Mc Graw Hill. México

Rivera, M. (2014). Probabilidad y Estadística. México: GAFRA Editores.

Sánchez, E. (2013). Elementos de Estadística y su Didáctica a Nivel bachillerato. México: SEP.

Sánchez, Octavio. (2003). Probabilidad y Estadística. México: McGraw-Hill.

Recursos de apoyo

Hojas electrónicas que acompañan el material: Ursini, S., Rojano, T. y Monchón, S. (2000). *Matemáticas con la Hoja electrónica de cálculo*. Proyecto EMAT. México: CINVESTAV – SEP.

Calculadores graficadoras

Materiales analógicos para juegos de azar (dados, ruleta, urnas con bolas de colores, baraja inglesa)

Juegos de azar virtuales (ruletas, caminos, entre otros)

Sitios web

<http://galileo2.com.mx>

<http://arquimedes.mate.unam.mx>

App

Khan Academy

Videos

Canales de Youtube:

- math2me
- Profesor10demates

Unidad de aprendizaje III. Introducción a los procesos estocásticos de variable aleatoria continua y discreta.

Competencias a las que contribuye la unidad de aprendizaje

Competencias genéricas

- Soluciona problemas y toma decisiones utilizando su pensamiento crítico y creativo.
- Aprende de manera autónoma y muestra iniciativa para autorregularse y fortalecer su desarrollo personal.
- Colabora con diversos actores para generar proyectos innovadores de impacto social y educativo.
- Utiliza las tecnologías de la información y la comunicación de manera crítica.
- Aplica sus habilidades lingüísticas y comunicativas en diversos contextos.

Competencias profesionales

Utiliza conocimientos de las matemáticas y su didáctica para hacer transposiciones de acuerdo a las características y contextos de los estudiantes a fin de abordar los contenidos curriculares de los planes y programas de estudio vigentes.

- Identifica marcos teóricos y epistemológicos de las matemáticas, sus avances y enfoques didácticos para la enseñanza y el aprendizaje.
- Articula el conocimiento de las matemáticas y su didáctica para conformar marcos explicativos y de intervención eficaces.
- Utiliza los elementos teórico-metodológicos de la investigación como parte de su formación permanente en las matemáticas.

Evalúa los procesos de enseñanza y aprendizaje desde un enfoque formativo para analizar su práctica profesional.

- Reflexiona sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, y los resultados de la evaluación, para hacer propuestas que mejoren su propia práctica.

Utiliza la innovación como parte de su práctica docente para el desarrollo de competencias de los estudiantes.

- Utiliza las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC), y Tecnologías del Empoderamiento y la Participación (TEP) como herramientas de construcción para favorecer la significatividad de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Competencias disciplinares

Construye argumentos para diseñar y validar conjeturas en todas las áreas de las matemáticas en diferentes situaciones.

- Analiza distintas situaciones que lleven a diseñar una conjetura.
- Diseña estrategias para validar conjeturas a partir del análisis de información cuantitativa y cualitativa.
- Argumenta de forma coherente y clara si las conjeturas son verdaderas o falsas.

Articula las distintas ramas de las matemáticas incorporando otras disciplinas, para facilitar el análisis de una situación modelada.

- Construye relaciones entre la geometría y el álgebra, el álgebra y la estadística, la aritmética y la probabilidad, entre otras.
- Utiliza herramientas tecnológicas para analizar y modelar situaciones.

Resuelve problemas a partir del análisis de la información cuantitativa y cualitativa derivado del pensamiento matemático.

- Organiza la información cuantitativa y cualitativa.
- Construye tablas y gráficas a partir de la información obtenida.
- Analiza los datos organizados para resolver problemas.
- Diseña estrategias para validar conjeturas a partir del análisis de información cuantitativa y cualitativa.
- Analiza los problemas matemáticos que dieron origen a la probabilidad.

Propósito de la unidad de aprendizaje

Reflexiona sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad a partir del análisis de las soluciones a los problemas de probabilidad que involucran variables aleatorias continuas y discretas, y de los resultados de la

evaluación, para conformar marcos explicativos y de intervención eficaces acordes con las propuestas de la didáctica de la probabilidad actuales.

Contenidos

3. Introducción a los procesos estocásticos de variable aleatoria continua y discreta

- Eventos independientes.
- Regla del producto.
- Valor esperado y varianza de distribuciones de probabilidad discretas.
- Valor esperado y varianza de Funciones de densidad de probabilidad que modelan situaciones problema de variable aleatoria continua.
- Reflexión sobre la enseñanza y el aprendizaje del pensamiento estocástico.

Actividades de aprendizaje

A continuación, se presentan algunas sugerencias de actividades para desarrollar las competencias, no obstante, cada docente está en la libertad de modificar, sustituir o adaptarlas al contexto y necesidades de su grupo.

Generales:

- El personal docente recupera los saberes previos del tema.
- Los estudiantes elaboran lista de sitios web de información confiable, bajo la dirección del personal docente.
- El profesorado organiza, junto con el estudiantado, la información de las fuentes necesarias para el aprendizaje de conceptos y procedimientos, para facilitar su consulta.
- Hacen lecturas de textos en inglés sobre el tema.
- El alumnado analiza las estrategias didácticas del formador y las estrategias de solución personales y de los compañeros a partir de referentes conceptuales de la didáctica.

Específicas:

A partir de situaciones problemáticas planteadas, el alumno participa en diversos juegos de azar que involucren eventos independientes, de manera colaborativa con sus compañeros.

El profesor presentará situaciones como la siguiente:

Se tiene tres urnas: la primera con 3 bolas blancas y 2 negras, la segunda con 2 bolas blancas y 4 negras, y la tercera con 2 bolas blancas y 6 negras. El profesor pedirá a un estudiante pase y extraiga una bola de una urna elegida al azar y resulta ser blanca. (Al hacer el experimento la bola es blanca o negra, dependiendo del color de la bola que se saca, el profesor cambiará el color, en lugar de blanco poner negro.) ¿Cuál es la probabilidad de que se haya extraído de la segunda urna? En caso de que los estudiantes tengan dificultades para resolver el problema, el profesor planteará algunas de las siguientes preguntas para orientarlos: ¿Cuáles son los eventos que se tienen? ¿Qué probabilidad es la que debemos calcular? ¿En la urna dos cuál es la probabilidad de que sea bola blanca? ¿Cuál es el total de casos de que sea bola blanca? ¿Cuáles son los casos favorables?

Se sugiere abordar problemas de circuitos

Un circuito está formado por 4 radares, ubicados en diferentes lugares y que funcionan en forma independiente, para detectar la presencia de una aeronave. Si cada radar funciona en forma correcta, con una probabilidad del 93%:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno funcione?
- b) ¿Qué tan probable es que todos funcionen?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que sólo uno funcione?

Como actividad integradora del curso, el estudiantado reflexiona sobre la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad, a partir del análisis de las soluciones a los problemas de probabilidad que realizaron durante las tres unidades de aprendizaje.

Evidencias

- Recopilación de problemas de estocásticos resueltos y análisis de los procedimientos de la resolución
- Examen

Criterios de desempeño

Para esta unidad se proponen dos criterios de evaluación de competencias, y más abajo los indicadores de cada uno de los aspectos que las conforman.

Resuelve con pertinencia problemas de estocásticos de variables discretas y continuas, y expresa la resolución de los problemas mediante diversas

Evidencias finales

- Reflexión sobre las estrategias didácticas involucradas en la combinatoria y en el razonamiento inductivo
- Integración del e-Portafolio, el cual incluye la digitalización de las actividades desarrolladas, acompañado de una reflexión.

representaciones.

Evalúa situaciones de aprendizaje de contenidos matemáticos utilizando las teorías de la Didáctica de la probabilidad.

Conocimientos

- Identifica eventos independientes en un problema de azar.
- Reconoce y obtiene el Valor esperado y la varianza de distribuciones con variables discretas y continuas.
- Identifica y define elementos conceptuales y metodológicos de la Teoría de la didáctica de la probabilidad en el aprendizaje de las matemáticas.
- Reconoce los procesos de aprendizaje de los estocásticos mediante la solución de problemas para definir estrategias innovadoras.
- Argumenta teóricamente las fortalezas o áreas de mejora encontradas en la situación didáctica.

Habilidades

- Diseña estrategias para validar conjeturas sobre fenómenos aleatorios.
- Emplea los marcos teóricos y epistemológicos de las matemáticas para favorecer los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Expresa claramente sus ideas y argumentos de forma oral y escrita en distintos contextos.
- Utiliza las TIC, TAC y TEP en su enseñanza.

Actitudes

- Muestra autonomía en su proceso de

aprendizaje.

- Escucha las conjeturas y argumentos de compañeros para resolver problemas profesionales.
- Muestra disposición a la autorregulación de su propio aprendizaje.
- Muestra perseverancia para concluir con las tareas y actividades de docencia.
- Colabora con distintos actores para desarrollar las actividades y para generar propuestas innovadoras.

Valores

- Respeta y escucha las opiniones y razonamientos de maestros y compañeros.
- Reconoce a la docencia como una profesión con fundamentos teóricos y metodológicos.
- Muestra honestidad al citar las ideas y trabajos de compañeros, maestros y autores.
- Soluciona problemas utilizando su pensamiento crítico.

Ponderación de acuerdo a las normas de control escolar

- Se sugiere que la evidencia de esta unidad equivalga al 20% de la calificación total.
- La evaluación de la evidencia final equivale al 50% de la calificación final.

Bibliografía básica

A continuación, se presenta un conjunto de textos de los cuales el profesorado podrá elegir aquellos que sean de mayor utilidad, o bien, a los cuales tenga acceso, pudiendo sustituirlos por textos más actuales.

Bannet, J. et al. (2011). *Razonamiento Estadístico*. México: Pearson.

Díaz Godino, J., Batanero, M.C. y Cañizares, M.J. (1991). *Azar y probabilidad*. Madrid: Síntesis.

Elizarrarás, S. (2014). Comprensión sobre ideas fundamentales de estocásticos en la formación inicial de profesores de Matemática. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas. Volumen 87*, noviembre de 2014, páginas 69-80. <http://www.sinewton.org/numeros>

Garza, B. (2014). *Probabilidad y estadística*. México: Pearson.

Inzunza, S. (2014). Geogebra: una herramienta cognitiva para la enseñanza de la probabilidad. *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*, Buenos Aires, 2014.

Ojeda, A. (2007). Azar y grandes números en didáctica de la probabilidad. En *Probabilidades y Estadística en Matemática Educativa*. Seminario de Investigación. México. CINVESTAV, IPN.

Sánchez, E. (2009). La probabilidad en el programa de estudio de matemáticas de la secundaria en México. *Educación Matemática, vol. 21, núm. 2*, agosto de 2009, pp. 39-77

Salazar, E. (2010). *La predicción y el azar*. México: ENSM.

Sánchez, E., Inzunza, S., y Ávila, R. (2015). *Probabilidad y estadística*. México: Grupo Editorial Patria.

Ursini, S., Rojano, T. y Monchón, S. (2000). *Matemáticas con la Hoja electrónica de cálculo*. Proyecto EMAT. México: CINVESTAV – SEP.

Sánchez, E. (2001). Principios didácticos para la enseñanza de la probabilidad en secundaria. *XXXIV Congreso de la Sociedad Matemática Mexicana*. Octubre. México.

Sánchez, E. (2009). La probabilidad en el programa de estudio de matemáticas de la secundaria en México. *Educación Matemática, vol. 21, núm. 2*, agosto de 2009, pp. 39-77.

Bibliografía complementaria

Enseñanza y comprensión del enfoque frecuencial de la probabilidad en segundo grado de secundaria

Elizarrarás, Saúl (2005). Enseñanza y comprensión del enfoque frecuencial de la probabilidad en segundo grado de secundaria. En Lezama, Javier; Sánchez, Mario; Molina, Juan Gabriel (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 71-78). México DF, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Johnson, R. (2008). *Estadística Elemental: Lo Esencial*. México: Cengage.

Nieves, A. y Domínguez, F. (2010). *Probabilidad y Estadística para Ingeniería, un enfoque moderno*. Editorial Mc Graw Hill. México

Rivera, M. (2014). *Probabilidad y Estadística*. México: GAFRA Editores.

Sánchez, E. (2013). *Elementos de Estadística y su Didáctica a Nivel bachillerato*. México: SEP.

Sánchez, Octavio. (2003). *Probabilidad y Estadística*. México: McGraw-Hill.

Recursos de apoyo

Hojas electrónicas que acompañan el material: Ursini, S., Rojano, T. y Monchón, S. (2000). Matemáticas con la Hoja electrónica de cálculo. Proyecto EMAT. México: CINVESTAV – SEP.

Calculadoras graficadoras

Materiales analógicos para juegos de azar (dados, ruleta, urnas con bolas de colores, baraja inglesa)

Juegos de azar virtuales (ruletas, caminos, entre otros)

Sitios web

<http://galileo2.com.mx>

<http://arquimedes.mate.unam.mx>

App

Khan Academy

Videos

Canales de Youtube:

- math2me
- Profesor10demates

Perfil docente sugerido

Perfil académico

Matemáticas

Educación en la Especialidad en Matemáticas

Física

Otras afines

Nivel Académico

Obligatorio

Nivel de licenciatura, preferentemente maestría o doctorado en el área de conocimiento de matemáticas, física, o ciencias exactas.

Deseable

Experiencia de investigación en el área.

Experiencia docente

Conducir grupos

Planear y evaluar por competencias

Utilizar las TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje

Retroalimentar oportunamente el aprendizaje de los estudiantes.

Experiencia profesional

Referida a la experiencia laboral en la profesión sea en el sector público, privado o de la sociedad civil.

Referencias bibliográficas del curso

- Alarcón, J.** (1994). Matemáticas. Libro del maestro. México: SEP.
- Elizarrarás, S.** (2014). Comprensión sobre ideas fundamentales de estocásticos en la formación inicial de profesores de Matemática. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas. Volumen 87*, noviembre de 2014, páginas 69-80. <http://www.sinewton.org/numeros>
- Heitele, D.** (1975), An epistemological view on fundamental stochastic ideas, *Educational Studies in Mathematics*, núm. 6, pp. 187-205.
- Hawkins, A. S. y R. Kapadia** (1984), "Children's conceptions of probability –A psychological and pedagogical review", *Educational Studies in Mathematics*, núm. 15, pp. 349-377.
- Ojeda, A.** (2007). Azar y grandes números en didáctica de la probabilidad. En *Probabilidades y Estadística en Matemática Educativa*. Seminario de Investigación. México. CINVESTAV, IPN.
- Piaget, J., y Inhelder, B.** (1951). La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant. Paris: Presses Universitaires de France.
- Sánchez, E.** (2001). Principios didácticos para la enseñanza de la probabilidad en secundaria. Trabajo presentado en XXXIV Congreso de la Sociedad Matemática Mexicana. Octubre. México.
- Sánchez, E.** (2009). La probabilidad en el programa de estudio de matemáticas de la secundaria en México. *Educación Matemática*, vol. 21, núm. 2, agosto de 2009, pp. 39-77